

Penentuan Diagram Kendali Dalam Analisis Kualitas Produksi Biskuit *Square Puff* PT. UBM Biscuit Sidoarjo

Septia Fendiasari, Lucia Aridinanti, dan Wibawati

Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: lucia_a@statistika.its.ac.id

Abstrak—Pengembangan produk yang berkualitas perlu dilakukan agar produksi di bidang industri makanan dapat terus berjalan dan berkembang. PT. UBM Biscuit merupakan salah satu perusahaan yang bergerak di bidang industri makanan yang sangat mementingkan kualitas hasil produksi. Salah satu produk unggulan di perusahaan ini adalah biskuit *Square Puff*. Kualitas hasil produksi *Square Puff* diukur berdasarkan jumlah cacat yang satuannya berupa variabel berat yaitu kilogram (kg). Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk melakukan penentuan diagram kendali dalam analisis kualitas proses produksi. Diagram kendali yang dapat digunakan adalah D^2 (Mahalanobis Distance) sebagai diagram yang berdasar pada proporsi cacat. Selain itu adalah diagram T^2 Hotelling Individual yang berdasar pada data variabel. Terdapat 4 variabel jenis cacat yang saling berkorelasi dari 12 variabel jenis cacat yang telah diklasifikasikan. Dengan menggunakan kedua diagram kendali, proses produksi menunjukkan hasil yang belum terkendali secara statistik. Diagram D^2 menghasilkan batas kendali yang lebih sensitif, sehingga lebih baik menggunakan diagram kendali D^2 dalam mengevaluasi kualitas proses produksi biskuit *Square Puff* di PT. UBM Biscuit Sidoarjo. Namun dari segi penggunaan, T^2 Hotelling Individual lebih mudah untuk digunakan.

Kata Kunci—Biskuit *Square Puff*, Diagram Kendali D^2 , Diagram Kendali T^2 Hotelling Individual, Variabel Cacat

I. PENDAHULUAN

Produk makanan biasanya tidak dapat bersaing dalam jangka waktu yang panjang. Oleh karena itu, pengembangan produk yang berkualitas perlu dilakukan agar produksi di bidang industri makanan dapat terus berjalan dan berkembang. Kualitas adalah salah satu hal penting untuk keberhasilan, baik dalam bidang bisnis maupun industri yang mempunyai arti derajat atau tingkat baik buruknya suatu produk maupun jasa. Konsumen sebagai pengguna produk tentunya akan memilih berdasarkan kualitas produk, semakin baik kualitas yang diberikan maka konsumen akan menjadi loyal untuk menggunakan produk suatu perusahaan.

PT. UBM Biscuit Sidoarjo merupakan salah satu perusahaan yang bergerak di bidang industri makanan. Produk unggulan dan paling banyak diminati di perusahaan ini adalah biskuit *Square Puff*. Proses pengevaluasian biskuit *Square Puff* dilakukan di departemen *Packaging*. Pada proses diketahui bahwa masih banyak terjadi cacat pada salah satu tahapan proses produksi, yaitu tahap oven. Terdapat 12 klasifikasi karakteristik kualitas cacat yang

diukur dengan menimbang biskuit cacat untuk masing-masing karakteristik kualitas cacat yang telah diklasifikasikan. Sehingga proses ini termasuk dalam kasus multivariat.

Diagram kendali D^2 (Mahalanobis Distance) merupakan diagram kendali multivariat atribut yang digunakan untuk mengevaluasi kualitas berdasarkan proporsi cacat dengan jenis cacat jumlahnya lebih dari satu dan saling berkorelasi satu sama lain [1]. Sedangkan jika melihat dari jenis data yang merupakan data variabel berat, metode lain yang dapat digunakan dalam kasus ini adalah diagram kendali T^2 Hotelling Individual, yaitu diagram kendali untuk mengevaluasi kualitas berdasarkan karakteristik kualitas yang terukur.

Penelitian mengenai diagram kendali D^2 pernah dilakukan pada proses pengecatan kipas angin tetapi hanya melihat pengamatan mana yang terkendali dan tidak, dan membandingkan dengan diagram kendali univariat p secara individu dan *overall* [1]. Sedangkan untuk diagram T^2 Hotelling Individual, pernah diterapkan untuk studi kasus proses *Mount* di PT. Panasonic Lighting Indonesia menggunakan acuan batas kendali atas sebesar 20,761 dan diperoleh kesimpulan bahwa proses belum terkendali [2]. Penelitian yang membandingkan diagram kendali D^2 pernah dilakukan oleh Parsawan [3], yaitu diagram kendali D^2 dan p multivariat untuk studi kasus pengontrolan kualitas produksi di PT. IGLAS (Persero) Gresik. Penelitian menghasilkan batas kendali diagram D^2 lebih sensitif dibandingkan dengan diagram p multivariat.

Kualitas hasil produksi biskuit *Square Puff* di PT. UBM Biscuit Sidoarjo diukur berdasarkan jumlah cacat yang satuannya adalah kilogram (kg). Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk melakukan penentuan diagram kendali dalam analisis kualitas proses produksi biskuit *Square Puff* di PT. UBM Biscuit Sidoarjo. Diagram kendali yang digunakan adalah D^2 sebagai diagram yang berdasar pada proporsi cacat dan T^2 Hotelling Individual yang berdasar pada data variabel berat dalam pengontrolan kualitas produksi. Penelitian ini dibatasi pada data hasil produksi biskuit *Square Puff* yang memiliki 12 klasifikasi karakteristik kualitas cacat periode 1 Agustus 2012 sampai dengan 10 Oktober 2012.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Uji Korelasi

Korelasi memiliki arti sebagai suatu hubungan timbal balik atau sebab akibat antara dua buah kejadian. Salah satu metode perhitungan koefisien korelasi adalah metode *Pearson* yang digunakan untuk melihat hubungan antara variabel minimal berskala interval. Selanjutnya dilakukan pengujian koefisien korelasi sebagai berikut [4]:

$H_0 : \rho = 1$ (tidak ada korelasi antar variabel)

$H_1 : \rho \neq 1$ (ada korelasi antar variabel)

$$\text{Statistik uji : } t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (1)$$

Dimana n = jumlah pengamatan dan r = nilai koefisien korelasi.

Daerah penolakan : $t_{\text{statistik}} > t_{\text{tabel}(\alpha/2, \text{df})}$ atau $P_{\text{value}} < \alpha/2$

B. Uji Distribusi Multivariat Normal

Variabel X_1, X_2, \dots, X_p dikatakan berdistribusi multivariat normal dengan parameter μ dan Σ jika mempunyai *probability density function* [5]:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)' \Sigma^{-1} (x-\mu)} \quad (2)$$

Jika X_1, X_2, \dots, X_p berdistribusi normal multivariat

maka $(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu)$ berdistribusi χ^2_p . Berdasarkan sifat ini maka pemeriksaan distribusi multivariat normal dapat dilakukan dengan cara membuat *Q-Q plot* dari nilai

$$d_j^2 = (X_j - \bar{X})' S^{-1} (X_j - \bar{X}) \quad (3)$$

Adapun prosedur pembuatan *Q-Q plot* adalah sebagai berikut:

1. Menghitung kemudian mengurutkan nilai d_j^2 dari nilai d_j^2 terkecil sampai nilai d_j^2 terbesar.
2. Membuat *plot* q_j dan d_j^2 dengan titik koordinat $(q_j; d_j^2)$

dimana $q_j = \chi^2_{p, \frac{n-j+0.5}{n}}$

Hipotesis:

H_0 : data berdistribusi multivariat normal

H_1 : data tidak berdistribusi multivariat normal

Statistik Uji : $t = \text{banyaknya nilai } d_j^2 \leq \chi^2_{p, \frac{n-j+0.5}{n}}$

Daerah kritis:

Data akan berdistribusi multivariat normal jika nilai $t > 0.5$ atau *Q-Q plot* cenderung mengikuti garis lurus.

C. Diagram Kendali Multivariat

Secara umum diagram kendali dibagi menjadi dua, yaitu diagram kendali atribut untuk data kualitatif dan diagram kendali variabel untuk data kuantitatif (pengukuran). Data atribut adalah hasil dari proses yang terklasifikasi menjadi kategori cacat dan tidak cacat. Data yang didapat dari dua kategori tersebut dapat dihitung dan diklasifikasikan dalam diagram kendali atribut. Sedangkan data yang diperoleh dari hasil pengukuran diklasifikasikan dalam diagram kendali variabel [6].

D. Diagram Kendali D^2 (Mahalanobis Distance)

Prinsip jarak mahalanobis adalah menghitung jarak di ruang multidimensional antara sebuah dengan pusat dari semua pengamatan [7]. Diagram kendali multivariat atribut

jarak Mahalanobis adalah jarak proporsi jumlah ketidaksesuaian seluruh pengamatan dengan rata-rata proporsi untuk setiap variabel [1].

Misalkan ada m pengamatan dengan k karakteristik kualitas, maka $\mathbf{p}_i^T = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik}]$ adalah vektor proporsi pengamatan ke- i untuk setiap variabel terhadap jumlah sampel pada pengamatan ke- i (n_i) dengan $i = 1, 2, \dots, m$. Dengan $\mathbf{p}_i^T \sim$ multinomial dengan parameter $\bar{\mathbf{p}}_i^T$. \mathbf{P}_i^T adalah proporsi kategori cacat dan kategori tidak cacat, sehingga diperoleh $\sum_{j=0}^k p_{ij} = 1$, dan perhitungan jarak mahalanobis pada multinomial untuk masing-masing pengamatan adalah sebagai berikut [1].

$$D_i^2 = (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}) \quad (4)$$

dengan :

$$\mathbf{p}_i = [p_{i0}, p_{i1}, \dots, p_{ik}]^T$$

$$\bar{\mathbf{p}} = [\bar{p}_0, \bar{p}_1, \dots, \bar{p}_k]^T$$

$$\Sigma_i^{-1} = \text{generalized inverse matriks } \Sigma_i$$

$$\Sigma_i = \text{matriks varian kovarian dari vektor } \mathbf{p}_i \text{ dan nilainya sama dengan } n_i^{-1} \Sigma$$

dimana

$$\Sigma = [\sigma_{ij}],$$

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \bar{p}_i(1 - \bar{p}_i) & \text{untuk } i=j \\ -\bar{p}_i\bar{p}_j & \text{untuk } i \neq j \end{cases}$$

sehingga diperoleh matriks Σ adalah sebagai berikut.

$$\Sigma = \frac{1}{n_i} \begin{bmatrix} \bar{p}_1(1 - \bar{p}_1) & -\bar{p}_1\bar{p}_2 & \dots & -\bar{p}_1\bar{p}_k \\ \dots & \bar{p}_2(1 - \bar{p}_2) & \dots & -\bar{p}_2\bar{p}_k \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ -\bar{p}_1\bar{p}_k & \dots & \dots & \bar{p}_k(1 - \bar{p}_k) \end{bmatrix}$$

Karena Σ merupakan matriks singular [8], maka *generalized inverse* dari matriks Σ adalah

$$\Sigma^{-} = \text{diag}[\bar{p}_1^{-1}, \bar{p}_2^{-1}, \dots, \bar{p}_k^{-1}] \quad (5)$$

Sehingga matriks Σ_i^{-} sebagai berikut

$$\Sigma_i^{-} = n_i \Sigma^{-}$$

$$= n_i \text{diag}[\bar{p}_1^{-1}, \bar{p}_2^{-1}, \dots, \bar{p}_k^{-1}]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{n_i}{\bar{p}_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{n_i}{\bar{p}_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{n_i}{\bar{p}_k} \end{bmatrix}$$

Persamaan jarak mahalanobis untuk masing-masing pengamatan adalah

$$D_i^2 = [(p_{i1} - \bar{p}_1)(p_{i2} - \bar{p}_2) \dots (p_{ik} - \bar{p}_k)] \begin{bmatrix} \frac{n_i}{\bar{p}_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{n_i}{\bar{p}_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{n_i}{\bar{p}_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{i1} - \bar{p}_1 \\ p_{i2} - \bar{p}_2 \\ \vdots \\ p_{ik} - \bar{p}_k \end{bmatrix}$$

$$D_i^2 = \left[\frac{n_i(p_{i1} - \bar{p}_1)}{\bar{p}_0} \quad \frac{n_i(p_{i2} - \bar{p}_2)}{\bar{p}_1} \quad \dots \quad \frac{n_i(p_{ik} - \bar{p}_k)}{\bar{p}_k} \right] \begin{bmatrix} p_{i1} - \bar{p}_1 \\ p_{i2} - \bar{p}_2 \\ \vdots \\ p_{ik} - \bar{p}_k \end{bmatrix}$$

$$D_i^2 = \sum_{j=1}^k \frac{n_i(p_{ij} - \bar{p}_j)^2}{\bar{p}_j} \quad (6)$$

Berdasarkan konsep diagram kendali D^2 sesuai perhitungan statistik T^2 Hotelling, yaitu jika $\bar{\mathbf{x}}$ dan \mathbf{s} adalah vektor rata-rata dan matrik kovarian dari sampel berukuran n , dan $\mathbf{x} \sim N_k[\boldsymbol{\mu}, \Sigma]$, maka

$$(n-1)(\bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})^T \mathbf{s}^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) \sim T^2_{(k, n-1)} \quad (7)$$

Sehingga diperoleh persamaan

$$D_{pi, \bar{p}}^2 \sim T_{k-1, n_i}^2 \quad (8)$$

Derajat bebas pertama untuk T^2 pada persamaan (7) adalah $k-1$ bukan k , seperti distribusi T^2 pada persamaan (8) karena $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1, i=0,1,\dots,m$. Sedangkan derajat bebas kedua adalah n_i , bukan n_i-1 , karena $\sum_i \bar{p}_{ij}$ merupakan penaksir tak bias untuk \sum populasi dengan ukuran sampel sebanyak n_i . Batas kendali untuk diagram kendali D^2 dengan tingkat signifikan α adalah sebagai berikut [1]

$$\begin{aligned} \text{BKA (Batas Kendali Atas)} &= T_{k-1, n_i, \alpha}^2 \\ &= \left[\frac{n_i(k-1)}{(n_i-k+2)} \right] F_{k-1, n_i-k+2, \alpha} \quad (9) \end{aligned}$$

BKA (Batas Kendali Bawah) = 0

E. Diagram T^2 Hotelling Individual

Diagram kendali T^2 Hotelling Individual merupakan salah satu diagram kendali multivariat berdasarkan pengamatan individu. Diagram kendali ini mendeteksi pergeseran mean proses dengan menggunakan vektor mean sampel dan matrik kovariansi. Berikut adalah perhitungan untuk nilai T^2 Hotelling Individual [9].

$$T_i^2 = (x_i - \bar{x})^T S^{-1} (x_i - \bar{x}) \quad (10)$$

Dengan x merupakan sampel vektor rata-rata sedangkan S merupakan matrik kovarians. Pada penelitian ini, yang digunakan untuk menghitung matrik kovarians adalah dengan metode *successive difference* oleh Holmes dan Mergen (1993) dalam [8] yaitu.

$$S = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{i=1}^{m-1} v_i^T v_i \quad (11)$$

dimana: $v_i = x_{i+1} - x_i$

Batas kendali yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

$$\text{BKA (Batas Kendali Atas)} = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{(1-\alpha), \frac{p}{2}, (f-p-1)/2} \quad (12)$$

dimana $f = \frac{2(m-1)^2}{3m-4}$

BKA (Batas Kendali Bawah) = 0

F. Penentuan Penyebab Variabel Tidak Terkendali

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan dalam mendiagnosis sinyal tidak terkendali adalah menguraikan statistik T^2 ke dalam komponen-komponen yang menunjukkan kontribusi dari masing-masing variabel. Jika T^2 adalah sebuah nilai statistik, dan $T_{(j)}^2$ adalah sebuah nilai statistik untuk semua variabel proses tanpa variabel ke- j , maka Runger, Alt dan Montgomery (1996) dalam [8] menjelaskan bahwa

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2 \quad (13)$$

Untuk diagram kendali D^2 , statistik yang digunakan adalah D_i^2 , maka perhitungan d_j dilakukan dengan nilai statistik D_i^2 dan $D_{(j)}^2$. Sehingga persamaan yang digunakan untuk perhitungan d_j adalah

$$d_j = D_i^2 - D_{(j)}^2 \quad (14)$$

Perhitungan D_i^2 mengacu pada persamaan (6) dan $D_{(j)}^2$ adalah hasil perhitungan D_i^2 tanpa variabel ke- j . d_j merupakan indikator kontribusi relatif dari variabel ke- j untuk keseluruhan statistik.

Sedangkan untuk diagram T^2 Hotelling Individual persamaan yang digunakan untuk perhitungan d_j adalah

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2 \quad (15)$$

Perbaikan proses difokuskan pada variabel yang memiliki nilai $d_j > \chi_{(\alpha, 1)}^2$. Jika nilai $d_j > \chi_{\alpha, 1}^2$, maka dapat

Tabel 1. Struktur Data Diagram Kendali D^2

Pengamatan	Sampel	Variabel					D^2
		X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	
1	n_1	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	D_1^2
2	n_2	p_{20}	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}	D_2^2
3	n_3	p_{30}	p_{31}	p_{32}	p_{33}	p_{34}	D_3^2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
57	n_{57}	p_{570}	p_{571}	p_{572}	p_{573}	p_{574}	D_{57}^2
		\bar{p}_0	\bar{p}_1	\bar{p}_2	\bar{p}_3	\bar{p}_4	

Tabel 2. Struktur Data Diagram Kendali T^2 Hotelling Individual

Pengamatan	Variabel				T^2
	X_1	X_2	X_3	X_4	
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	T_1^2
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	T_2^2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	T_3^2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
57	X_{571}	X_{572}	X_{573}	X_{574}	T_{57}^2
Rata-rata	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	\bar{X}_4	
Varians	S_1^2	S_2^2	S_3^2	S_4^2	

disimpulkan bahwa variabel ke- j adalah penyebab sinyal tidak terkendali.

G. Diagram Pareto dan Diagram Sebab Akibat

Diagram pareto digunakan untuk menggambarkan tingkat kepentingan relatif antar berbagai faktor. Dengan diagram ini dapat diketahui faktor yang dominan dan yang tidak. Sehingga, perhatian bisa dikonsentrasikan kepada faktor dominan [10]. Sedangkan diagram sebab akibat digunakan untuk mengorganisasi informasi hasil *brainstor-ming* sebab-sebab suatu masalah. Hasil *brainstorming* masalah dikelompokkan ke dalam beberapa tema sebab utama [11].

III. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian tugas akhir ini menggunakan data sekunder hasil rekap data Departemen *Packaging* PT. UBM Biscuit Sidoarjo. Data difokuskan pada hasil produksi *Square Puff* periode 1 Agustus 2012 sampai dengan 10 Oktober 2012. Terdapat 57 pengamatan dengan jumlah sampel yang berbeda. Data pengukuran dilakukan setelah proses oven yang memiliki 12 karakteristik kualitas cacat yaitu Patah Oven (X_1), Patah Mesin (X_2), Gosong (X_3), Gosong Pinggir (X_4), Melengkung (X_5), Biskuit Merah (X_6), Biskuit Tumpuk (X_7), Biskuit Putih (X_8), Kena Tepung (X_9), Kena Sho (X_{10}), Banyak Gula (X_{11}), Belang (X_{12}). Berikut struktur data diagram kendali D^2 dan T^2 Hotelling Individual yang menggambarkan proses pengamatan dan karakteristik cacat.

Langkah-langkah analisis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut (Tabel 1 dan 2).

- 1) Uji Korelasi dan Distribusi Multivariat Normal.
- 2) Menghitung nilai jarak Mahalanobis (D_i^2) pada setiap pengamatan dan menghitung nilai Batas Kendali Atas (BKA).
- 3) Membuat diagram kendali Multivariat D^2 dengan titik-titik pengamatan adalah hasil perhitungan jarak Mahalanobis.
- 4) Menghitung nilai statistik T^2 pada setiap pengamatan sesuai dan menghitung nilai Batas Kendali Atas (BKA).
- 5) Membuat diagram kendali Multivariat T^2 Hotelling Individual dengan titik-titik pengamatan adalah hasil perhitungan statistik T^2 .

Tabel 3.
Nilai Korelasi antar Variabel

		Patah Oven	Patah Mesin	Gosong	Tumpuk
Patah Oven	Korelasi	1	0,356	0,574	0,480
	P-Value	.	0,007	0,000	0,000
Patah Mesin	Korelasi	0,356	1	0,388	0,264
	P-Value	0,007	.	0,003	0,047
Gosong	Korelasi	0,574	0,388	1	0,395
	P-Value	0,000	0,003	.	0,022
Tumpuk	Korelasi	0,480	0,387	0,395	1
	P-Value	0,000	0,044	0,022	.

- 6) Identifikasi Penyebab Tidak Terkendali.
- 7) Analisis Kualitas Produksi Kedua Diagram Kendali.
- 8) Kesimpulan.

IV. PEMBAHASAN

A. Uji Korelasi Antar Variabel Karakteristik Kualitas

Pengujian korelasi dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat hubungan antar variabel secara statistik. Pengujian dilakukan pada 12 karakteristik kualitas cacat yang kemudian hanya digunakan variabel-variabel berkorelasi untuk analisis selanjutnya. Berikut adalah pengujian korelasi dengan metode *Pearson* dengan tingkat signifikansi $\alpha=0,05$. Hipotesis H_0 ditolak jika nilai $P_{value} < \alpha$.

$H_0 : \rho = I$ (tidak ada korelasi antar variabel)

$H_1 : \rho \neq I$ (ada korelasi antar variabel)

Perhitungan nilai korelasi antar variabel yang berkorelasi dan signifikan dapat dilihat pada Tabel 3.

Berdasarkan Tabel 3 dapat diketahui bahwa dari 12 variabel, hanya 4 variabel yang signifikan saling berkorelasi pada taraf signifikansi 5%, yaitu Patah Oven (X_1), Patah Mesin (X_2), Gosong (X_3) dan Biskuit Tumpuk (X_7), sehingga untuk analisis selanjutnya hanya menggunakan keempat variabel tersebut. Hal ini dilakukan untuk mendapatkan hasil diagram kendali yang baik dari data yang digunakan. Selain itu karena diagram kendali multivariat digunakan untuk analisis yang mengelola data secara serentak dengan variabel lebih dari satu yang saling berkorelasi.

B. Uji Distribusi Multivariat Normal

Asumsi selanjutnya yang harus dipenuhi dalam analisis multivariat adalah data mengikuti distribusi multivariat normal. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : Data karakteristik kualitas biskuit *Square Puff* berdistribusi multivariat normal

H_1 : Data karakteristik kualitas biskuit *Square Puff* tidak berdistribusi multivariat normal

Statistik Uji : $t = \text{banyaknya nilai } d_j^2 = (X_j - \bar{X})' S^{-1} (X_j - \bar{X}) \leq$

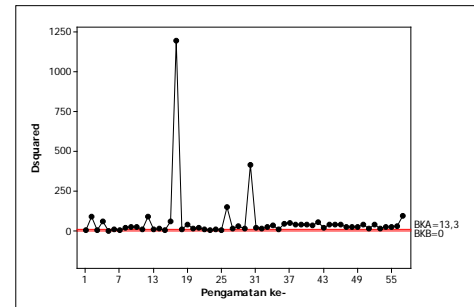
$$\chi^2_{p, \frac{n-j+0,5}{n}}$$

Hasil perhitungan didapatkan nilai $t = 0,681579$ yang artinya sebanyak 68% data memiliki nilai $d_j^2 \leq \chi^2_{p, \frac{n-j+0,5}{n}}$.

Karena nilai statistik uji t lebih dari 50%, maka H_0 gagal ditolak sehingga dapat data karakteristik kualitas biskuit *Square Puff* berdistribusi multivariat normal.

C. Hasil Evaluasi Proses Produksi dengan Diagram Kendali D^2 (Mahalanobis Distance)

Penerapan diagram kendali D^2 pada penelitian ini



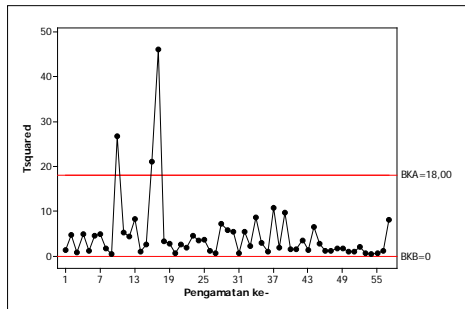
Gambar 1. Diagram Kendali D^2 (Mahalanobis Distance)

Tabel 4.
Variabel Penyebab Out of Control Diagram D^2

No.	Pengamatan Out of Control	Variabel Penyebab Out of Control	No.	Pengamatan Out of Control	Variabel Penyebab Out of Control
1.	2	X_3, X_7	22.	37	X_3
2.	4	X_3	23.	38	X_3
3.	8	X_3	24.	39	X_3
4.	9	X_3	25.	40	X_3
5.	10	X_7	26.	41	X_3
6.	12	X_3	27.	42	X_2, X_3
7.	14	X_3	28.	43	X_3
8.	16	X_2	29.	44	X_3
9.	17	X_2, X_3	30.	45	X_3
10.	19	X_3	31.	46	X_3
11.	21	X_3	32.	47	X_3
12.	26	X_3	33.	48	X_3
13.	27	X_3	34.	49	X_3
14.	28	X_3	35.	50	X_3
15.	29	X_7	36.	51	X_3
16.	30	X_3	37.	52	X_3
17.	31	X_3	38.	53	X_3
18.	32	X_3	39.	54	X_3
19.	33	X_3	40.	55	X_3
20.	34	X_2, X_3	41.	56	X_3
21.	36	X_3	42.	57	X_3

menggunakan data kecacatan pada proses produksi pembuatan biskuit *Square Puff* di PT. UBM Biscuit Sidoarjo. Periode data yang digunakan mulai tanggal 1 Agustus - 10 Oktober 2012 dengan 57 pengamatan. Konsep penggunaan variabel pada diagram kendali D^2 adalah $k+1$, jadi terdapat k sebanyak empat jenis cacat dengan satu variabel tidak cacat atau variabel baik. Setelah dilakukan perhitungan, didapatkan diagram kendali D^2 sebagai berikut.

Pada Gambar 1, terlihat bahwa proses produksi ternyata belum terkendali secara statistik dengan BKA sebesar 13,3 dan BKB adalah 0. Diagram yang dihasilkan kurang baik, terdapat nilai D_i^2 yang sangat jauh diatas batas kendali yang dihasilkan. Hal ini disebabkan karena antar masing-masing variabel memiliki perbedaan jumlah cacat yang terlalu besar hingga sebesar 272 kg sehingga berpengaruh pada hasil rata-rata proporsi masing-masing variabel jenis cacat dan nilai D_i^2 . Selain itu karena hasil produksi memiliki variasi jumlah yang cukup besar yang dalam penelitian ini digunakan sebagai pembagi proporsi cacat. Jumlah hasil produksi berkisar antara 5.616 kg – 21.466 kg. Terdapat 42 pengama-

Gambar 2. Diagram Kendali T^2 Hotelling Individual

Tabel 5.

Variabel Penyebab *Out of Control* Diagram T^2 Hotelling Individual

No.	Pengamatan <i>Out of Control</i>	Variabel Penyebab <i>Out of Control</i>
1.	10	X_7
2.	16	X_2
3.	17	X_2, X_3

tan yang diluar batas kendali sehingga perlu dilakukan identifikasi variabel penyebab sinyal tidak terkendali untuk mengetahui variabel yang paling berpengaruh membuat pengamatan tidak terkendali dan memudahkan untuk melakukan perbaikan proses.

Tabel 4 di atas menunjukkan hasil identifikasi variabel yang menjadi penyebab sinyal *out of control*. Sebagian besar disebabkan oleh variabel X_3 , yaitu Gosong, sehingga variabel X_3 menjadi variabel yang diprioritaskan dalam perbaikan proses.

D. Hasil Evaluasi Proses Produksi dengan Diagram Kendali T^2 Hotelling Individual

Berikut ini adalah diagram kendali T^2 Hotelling Individual yang dihasilkan untuk pengontrolan proses produksi *Square Puff* periode 1 Agustus - 10 Oktober 2012.

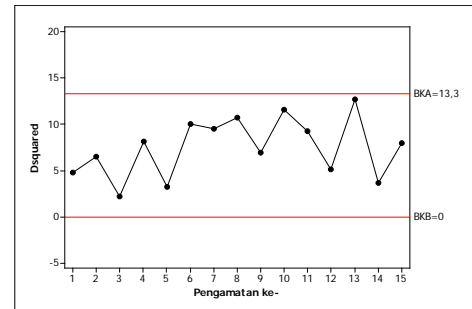
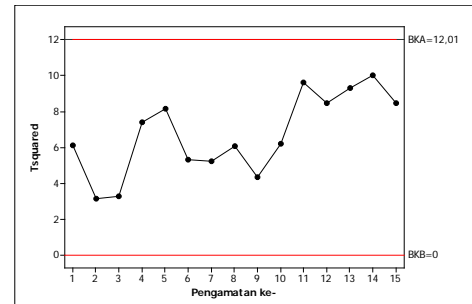
Gambar 2 menunjukkan proses produksi belum terkendali secara statistik karena terdapat 3 pengamatan yang diluar batas kendali atas yaitu pengamatan ke-10, 16 dan 17 dengan nilai $BKA=18$ dan $BKB=0$. Sehingga perlu dilakukan identifikasi penyebab sinyal tidak terkendali seperti Tabel 5 berikut.

Penelitian ini membandingkan dua diagram kendali, sehingga jumlah pengamatan yang dihilangkan untuk kedua diagram adalah sama, yaitu 42 pengamatan. Berikut hasil iterasi kedua diagram.

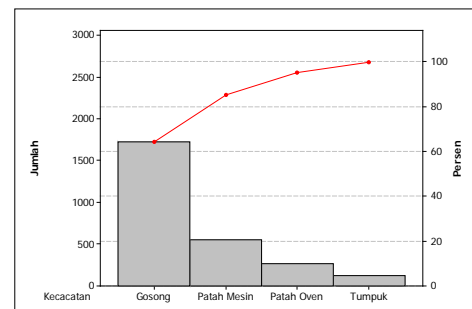
Dari hasil iterasi untuk kedua diagram, dapat diketahui bahwa proses telah terkendali setelah 42 pengamatan dihilangkan. Batas kendali yang dihasilkan oleh diagram kendali T^2 Hotelling Individual memiliki *range* yang lebih kecil dibanding diagram kendali D^2 .

E. Jenis Cacat Dominan

Prosedur lain yang dapat digunakan untuk mengetahui variabel yang paling menyebabkan terjadi pengamatan tidak terkendali selain dengan identifikasi variabel penyebab pengamatan tidak terkendali adalah diagram pareto. Diagram ini untuk mengetahui karakteristik jenis cacat yang paling banyak terjadi dan untuk menemukan masalah utama kecacatan. Hanya digunakan 4 variabel yang saling berkorelasi untuk dianalisis.

(a) Diagram D^2 Iterasi I(b) Diagram Kendali T^2 Hotelling Individual Iterasi I

Gambar 3. Kedua Diagram Kendali Iterasi 1

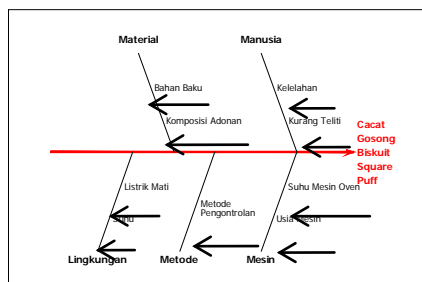
Gambar 4. Diagram Pareto Karakteristik Kualitas Cacat Produksi *Square Puff*

Gambar 4 menunjukkan bahwa persentase kumulatif cacat sebesar 64,4% yang didominasi oleh cacat Gosong.

F. Penentuan Diagram Kendali Hasil Evaluasi Proses Produksi

Berdasarkan analisis pengontrolan kualitas produksi biskuit *Square Puff* dengan menggunakan diagram kendali D^2 dan diagram kendali T^2 Hotelling Individual, dihasilkan bahwa proses belum terkendali karena terdapat banyak pengamatan yang *out of control*. Untuk diagram kendali D^2 diperoleh pengamatan yang tidak terkendali sebanyak 42 pengamatan dengan $BKA=13,3$. Sedangkan untuk diagram T^2 Hotelling Individual terdapat 3 pengamatan yang tidak terkendali dengan $BKA=18$. Hal ini menunjukkan bahwa diagram kendali D^2 lebih baik untuk digunakan karena batas kendali yang dihasilkan lebih sensitif dibandingkan dengan batas kendali yang dihasilkan oleh diagram kendali T^2 Hotelling Individual. Namun perlu diketahui bahwa kondisi data secara nyata kurang baik untuk diterapkan pada diagram kendali D^2 . Jarak antara jumlah cacat masing-masing variabel dan jumlah cacat terbanyak dengan jumlah cacat terkecil terlalu jauh. Selain itu hasil produksi yang dalam penelitian ini digunakan sebagai sampel pengamatan memiliki variasi jumlah yang cukup besar. Sehingga berpengaruh terhadap nilai statistik D_i^2 .

Dari batas kendali yang dihasilkan setelah 42 pengamatan *out of control* dihilangkan, diagram kendali T^2 Hotelling Individual menghasilkan batas kendali yang berbeda karena perhitungan nilai batas kendali pada diagram



Gambar 5. Diagram Sebab Akibat Faktor Penyebab Pengamatan Out of Control

kendali T^2 Hotelling Individual tergantung pada jumlah pengamatannya. Selain itu dari segi penggunaan, metode diagram kendali T^2 Hotelling individual lebih mudah digunakan.

G. Faktor-Faktor Penyebab Proses Produksi Square Puff Tidak Terkendali

Variabel yang paling berpengaruh terhadap timbulnya pengamatan out of control adalah variabel X_3 (Gosong). Hasil analisis diagram pareto juga menunjukkan bahwa cacat Gosong merupakan variabel yang paling berpengaruh karena memiliki jumlah yang paling besar dibanding jenis cacat lainnya. Setelah dilakukan penelusuran variabel penyebab out of control, perlu pula ditelusuri faktor-faktor penyebab ketidakstabilan proses produksi Square Puff agar dapat dilakukan perbaikan proses produksi sehingga kualitas hasil produksi dapat ditingkatkan melalui diagram sebab akibat sebagai berikut.

Berdasarkan Gambar 5 diagram sebab akibat untuk variabel jenis cacat proses produksi X_3 (Gosong) adalah faktor lingkungan, metode, mesin, material dan manusia di PT. UBM Biscuit Sidoarjo.

V. KESIMPULAN

Pengontrolan kualitas produksi biskuit Square Puff di PT. UBM Biscuit Sidoarjo menunjukkan proses belum terkendali secara statistik. Diagram kendali D^2 (Mahalanobis Distance) memiliki nilai BKA=13,3 dan dari 57 pengamatan terdapat 42 pengamatan tidak terkendali atau sebesar 73,68%. Sedangkan diagram kendali T^2 Hotelling Individual memiliki nilai BKA=18 dan terdapat 3 pengamatan tidak terkendali atau sebesar 5,26%. Diagram kendali D^2 lebih baik karena mempunyai batas kendali yang lebih sensitif dibandingkan dengan diagram kendali T^2 Hotelling Individual. Namun perlu diketahui bahwa kondisi data secara nyata kurang baik untuk diterapkan pada diagram kendali D^2 karena antar masing-masing variabel memiliki perbedaan jumlah cacat yang terlalu besar hingga sebesar 272 kg sehingga berpengaruh pada hasil rata-rata proporsi masing-masing variabel jenis cacat dan nilai D_i^2 . Selain itu karena hasil produksi memiliki variasi jumlah yang cukup besar yang dalam penelitian ini digunakan sebagai pembagi proporsi cacat. Jumlah hasil produksi berkisar antara 5.616 kg – 21.466. Namun dari segi penggunaan, metode diagram kendali T^2 Hotelling Individual lebih mudah digunakan.

Saran untuk pihak PT. UBM Biscuit Sidoarjo adalah melakukan perbaikan proses produksi biskuit Square Puff terutama untuk proses set up suhu mesin oven yang diketahui sebagai penyebab utama terjadinya cacat Gosong, yang merupakan variabel paling berpengaruh terhadap timbulnya pengamatan tidak terkendali. Selain itu, untuk

penelitian selanjutnya menggunakan diagram kendali D^2 sebaiknya menggunakan data yang sesuai, dimana data yang digunakan memiliki range jumlah cacat tiap variabel tidak terlalu jauh dan variasi jumlah sampel pengamatan tidak terlalu besar.

LAMPIRAN

No	Karakteristik Kualitas	Keterangan
1	Patah Oven (X_1)	Jumlah biskuit patah setelah dilakukan proses pengovenan.
2	Patah Mesin (X_2)	Jumlah biskuit patah saat akan melewati mesin Wrapping.
3	Gosong (X_3)	Jumlah biskuit gosong pada bagian tengah.
4	Gosong Pinggir (X_4)	Jumlah biskuit gosong pada bagian pinggir.
5	Melengkung (X_5)	Jumlah biskuit menggelembung.
6	Biskuit Merah (X_6)	Jumlah biskuit berwarna terlalu merah.
7	Biskuit Tumpuk (X_7)	Jumlah biskuit bertumpuk atau rangkap.
8	Biskuit Putih (X_8)	Jumlah biskuit berwarna terlalu putih.
9	Kena Tepung (X_9)	Jumlah biskuit terkena banyak taburan tepung yang belum tercampur secara merata saat proses pengovenan.
10	Kena Sho (X_{10})	Jumlah biskuit membelah akibat terkena banyak campuran tepung dan amonium sulfat yang belum merata.
11	Banyak Gula (X_{11})	Jumlah biskuit terlalu banyak gula dan porsi gula tidak merata pada biskuit.
12	Belang (X_{12})	Jumlah biskuit berwarna tidak merata.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada PT. UBM Biscuit Sidoarjo khususnya Bapak Made selaku Pimpinan PT. UBM Biscuit Sidoarjo, yang serta merta telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk dapat melakukan penelitian tugas akhir di PT. UBM Biscuit Sidoarjo.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A.R. Mukhopadhyay, "Multivariate Attribute Control Chart Using Mahalanobis D^2 Statistic". *Journal of Applied Statistics*, Vol.35, No.4, (2008) 421-429.
- [2] N. Sulistyningtyas, "Diagram Kontrol Proses Multivariat Berdasarkan Pengamatan Individual (Studi Kasus Proses Mount di PT. Panasonic Lighting Indonesia)". *Tugas Akhir* Mahasiswa Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. (2007).
- [3] I.M. Parsawan, "Perbandingan Diagram D^2 dan Diagram p Multivariat (Studi Kasus) Pengontrolan Kualitas Produksi PT. IGLAS (Persero) Gresik". *Tugas Akhir* Mahasiswa Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. (2007).
- [4] D.A. Lind, W.G Marchal, dan S.A Wathen, *Teknik-Teknik Statistika dalam Bisnis dan Ekonomi*, Diterjemahkan oleh Chriswan Sungkono. Jakarta: Salemba Empat. (2008).
- [5] R.A. Johnson dan W.D. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth Edition*. New Jersey: Prentice Hall Inc. (2007).
- [6] A. Hidayat, Strategi Six Sigma; *Peta Pengembangan Kualitas dan Kinerja Bisnis*. Jakarta: PT. Elex Media Komputindo. (2007).
- [7] J.F. Hair dan R.E. Anderson, *Multivariate Data Analysis, 5th*. New Jersey: Prentice Hall, Inc. (1998).
- [8] A.R. Rao dan P. Bhimasankaram, *Linear Algebra*. New Delhi: McGraw Hill. (1992).
- [9] D.C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control 5th Edition*. New York: John Wiley & Sons, inc. (2005).
- [10] E. Herjanto, *Manajemen Operasi Edisi Ketiga*. Jakarta: Grasindo. (2007).
- [11] C. Trihendradi, *Statistik Six Sigma dengan Minitab: Panduan Cerdas Inisiatif Kualitas*. Yogyakarta: ANDI. (2006).